

臺北市立第一女子高級中學 一一三學年度第二學期 高二選修物理期末考試題

考試範圍：選修物理II-碰撞、熱學

二年 班 座號：

姓名：

本卷總分100分

試題中未特別註明之圖皆為示意圖，未按正確比例繪製。理想氣體常數為 $8.31 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ 。

一、單選題(每題3分，共60分)

1. 質量 2 kg 、速率為 10 m/s 的甲球與速率為 5 m/s 的乙球，相向而行作一維正面彈性碰撞，碰撞時甲球所受的衝量量值為 $30 \text{ N} \cdot \text{s}$ ，則乙球的質量為多少 kg ？

(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 9

Handwritten solution for Q1:

$$J = |\Delta \vec{p}| = 2 \times |v_f - v_i| = 30, v_f = -5$$

$$2 \times (-5) - 2 \times 10 = -10 - 20 = -30$$

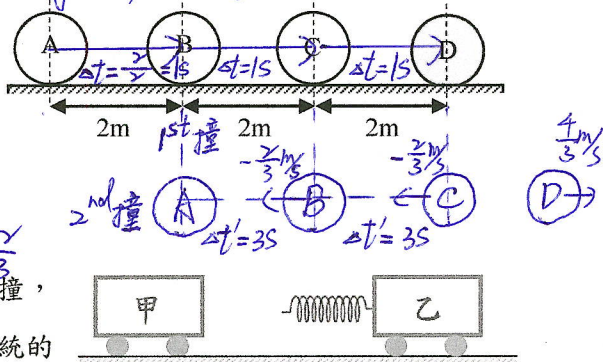
$$-30 = -m v_f \Rightarrow m = 3 \text{ kg}$$

2. 如圖所示，在光滑平面上 A、B、C、D 四不計體積小球共線排列各相距 2 m ，除 D 球質量為 2 kg 外，其餘各球質量皆為 1 kg ，一開始 A 球以 2 m/s 向右開始運動，其餘皆靜止，設所有碰撞皆為一維正面彈性碰撞，則 A 球與 B 球間第一次與第二次碰撞間隔多少 s ？

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 14

Handwritten solution for Q2:

$$\Delta t = 1 + 1 + 3 + 3 = 8 \text{ s}$$



3. 如圖所示，在一光滑桌面上，質量為 5 kg 的甲車以速度 8 m/s ，與靜止的乙車作正面彈性碰撞，乙車質量為 5 kg ，且前方有一力常數為 250 N/m 的理想彈簧，當彈簧被壓縮 0.2 m 時，此系統的總動能為多少 J ？

(A) 130 (B) 145 (C) 150 (D) 155 (E) 160

Handwritten solution for Q3:

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 8^2 = \frac{1}{2} \times 250 \times 0.2^2 + K'$$

$$\Rightarrow K' = 160 - 5 = 155 \text{ J}$$

4. 承上題，此彈簧的最大壓縮量為多少 m ？

(A) 0.7 (B) 0.8 (C) 0.9 (D) 1.0 (E) 1.1

Handwritten solution for Q4:

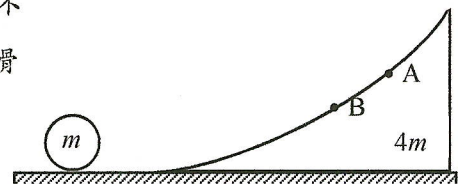
$$K_i = U_{s\max} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{5 \times 8}{5.45} \times 8^2 = \frac{1}{2} \times 250 \times R^2, R = 0.8 \text{ m}$$

5. 如圖所示，質量為 m 的質點，以一固定水平初速滑上質量為 $4m$ 的曲面軌道，若曲面固定不動，則 m 最高可以滑到曲面上的 A 點，若曲面可以在水平地面上自由滑動，則 m 最高可以滑到曲面上 B 點，若不計任何阻力，求 A、B 兩點的高度比值為下列何者？

(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{6}{5}$ (E) $\frac{7}{6}$

Handwritten solution for Q5:

$$\frac{\frac{1}{2} m v^2}{\frac{1}{2} \times \frac{4m}{4m+m} v^2} = \frac{m \cdot g \cdot h_A}{m \cdot g \cdot h_B} \Rightarrow \frac{h_A}{h_B} = \frac{5}{4}$$



6. 在光滑水平地面上，質量為 $2m$ 、速度為 v 的甲木塊，與質量為 m 的靜止乙木塊，發生一維的正面碰撞。若碰撞後乙木塊相對於甲木塊的速度為 $0.8v$ ，則下列敘述何者錯誤？

(A) 此碰撞為非彈性碰撞

(B) 碰撞後乙木塊的速率為 $1.2v$

(C) 碰撞後甲木塊維持原來運動方向

(D) 在碰撞過程中，甲、乙兩木塊的總動量守恆

(E) 在碰撞過程中，甲、乙兩木塊減少的動能，全變成位能儲存

Handwritten solution for Q6:

$$2mv = 2mX + m(X + 0.8v) \Rightarrow X = 0.4v$$

7. 如圖所示，一個半徑為 r 的鉛直面圓形光滑軌道被固定在水平地面上，將質量分別為 m 與 $2m$ 的甲與乙兩質點，靜置於光滑圓形軌道內緣，甲離水平地面的高度為 r ，而乙位於軌道最低點。當甲自靜止開始沿著軌道下滑後，與乙發生正面碰撞，碰撞後甲反彈，並沿軌道爬升鉛直高度為 $\frac{1}{16}r$ ，已知地球重力加速度為 g ，則撞後甲、乙分離瞬間，乙質點所受的合力為下列何者？

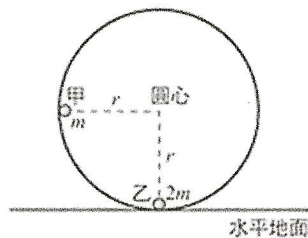
(A) $\frac{11}{16}mg$ (B) mg (C) $\frac{17}{16}mg$ (D) $\frac{25}{16}mg$ (E) $2mg$

Handwritten solution for Q7:

$$m \times \sqrt{2gr} = m \times (-\sqrt{g \times \frac{r}{16}}) + 2m \vec{v}_2$$

$$\Rightarrow \frac{5}{8} \sqrt{2gr} = 2 \vec{v}_2$$

$$|\vec{F}_2| = N - mg = 2m \times \frac{(\frac{5}{8} \sqrt{2gr})^2}{r} = \frac{25}{16} mg$$



8. 在一個動摩擦係數固定為 0.1 的水平桌面上，有質量 1 kg 、碰撞前瞬間速率為 6 m/s 的甲球與質量 2 kg 的靜止乙球，正面碰撞後合為一體，已知地球重力加速度量值為 10 m/s^2 ，碰撞後該合體在桌面上滑行的位移量值為多少 m ？

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

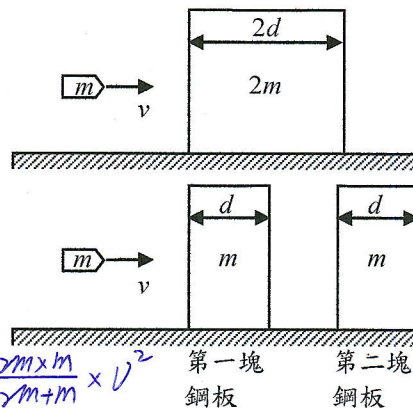
Handwritten solution for Q8:

$$v_{cm} = \frac{1 \times 6}{1+2} = 2 \text{ m/s}$$

$$0^2 = v_{cm}^2 - 2 \mu g d$$

$$\Rightarrow 0 = 2^2 - 2 \times 0.1 \times 10 \times d, d = 2 \text{ m}$$

下列二題為題組：坦克車的防禦裝甲常採用多層鋼板，比同樣質量的單層鋼板更能抵禦穿甲彈的攻擊，通過以下的簡化模型可以大致說明。如右圖所示，質量為 $2m$ ，厚度為 $2d$ 的鋼板靜止在光滑平面上，質量為 m 的子彈以水平速度 v 射向可自由滑動的鋼板，子彈射入深度剛好為 $2d$ 。現在把鋼板分成厚度均為 d ，質量均為 m 的兩塊相同可自由滑動的鋼板，間隔一段距離水平放置在相同光滑平面上，若子彈以相同水平速度 v 射向第一塊鋼板，穿出後再射向第二塊鋼板。設子彈在鋼板中受到的阻力皆為相同定力，且兩塊鋼板不會發生碰撞，試回答以下問題。



9. 子彈射穿第一塊鋼板過程中，子彈在鋼板中受到阻力產生的熱能為下列何者？

(A) $\frac{mv^2}{2}$ (B) $\frac{mv^2}{3}$ (C) $\frac{mv^2}{4}$ (D) $\frac{mv^2}{5}$ (E) $\frac{mv^2}{6}$

for $2m = f \times 2d = Kd = \frac{1}{2} \times \frac{2m \times m}{m+m} \times v^2 = \frac{1}{3} mv^2$
for $m = f \times d = \frac{1}{6} mv^2$

10. 子彈射穿第一塊鋼板時，第一塊鋼板的水平速度為 v_1 ，又子彈接著射入第二塊鋼板，子彈卡住未穿出，則子彈與第二塊鋼板的合體速度為下列何者？

(A) $\frac{v-v_1}{2}$ (B) $\frac{v+v_1}{2}$ (C) $\frac{v_1}{2}$ (D) $\frac{v}{2}$ (E) $\frac{v-v_1}{3}$

1st: $mv = mv_1 + mv'$
2nd: $mv' = 2m v_{cm} \Rightarrow m(v-v_1) = 2m v_{cm} \Rightarrow v_{cm} = \frac{v-v_1}{3}$

11. 在焦耳的熱功當量實驗中，將兩質量皆為 25 kg 的重錘，等速下落之距離皆為 10 m ，容器中水的質量為 5 kg ，忽略容器及攪拌翼瓣之吸熱，及其他能量損失，已知水的比熱為 $1 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$ ，地球重力加速度量值為 10 m/s^2 ，如讓重錘重複等速下降 20 次後，測得水溫上升 5°C ，從以上數據求出熱功當量為多少 J/cal ？

(A) 3.8 (B) 4.0 (C) 4.2 (D) 4.4 (E) 4.6

$(2 \times 25) \times 10 \times 10 \times 20 = (5000 \times 1 \times 5) \text{ cal} \times \frac{1 \text{ J}}{4 \text{ cal}}$

12. 一顆氣泡由水池底部升至水面，若水溫不變，其體積增為原來的 1.2 倍，水面上之大氣壓力為 75 cm-Hg ，已知 Hg 密度為 13.6 g/cm^3 ，則水池深度最接近多少 m ？

(A) 1.0 (B) 1.5 (C) 2.0 (D) 2.5 (E) 3.0

$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow (75+x) \text{ cm-Hg} \times \cancel{V} = 75 \text{ cm-Hg} \times 1.2 \cancel{V}, x = 75 \times 0.2 = 15 \text{ cm-Hg} = 15 \times 13.6 = 204 \text{ cm-H}_2\text{O}$

13. 天燈的原理與熱氣球相同，已知天燈內的氣體可視為理想氣體，其體積為 20 m^3 ，天燈重 6 kgw ，當時氣溫 27°C ，空氣密度 1.20 kg/m^3 ，若加熱時燈外空氣的溫度、壓力以及燈體的容積均不變，則天燈內之空氣約需加熱至多少 $^\circ\text{C}$ 方可上浮？

(A) 82 (B) 97 (C) 112 (D) 127 (E) 142

$B = 20 \times 1.2 = 24 \text{ kgw} \uparrow$
 $(m_{\text{天}} + m_{\text{air}})g = 6 + 24 = 30 \text{ kgw} \downarrow$
須降至 18 kgw
又 $m_{\text{air}} \propto n \propto \frac{1}{T}$
 $\frac{m_{\text{air}}}{m_{\text{air}27}} = \frac{T}{27+273} \Rightarrow T = 400 \text{ K} = 127^\circ\text{C}$

14. 三種不同體積的密閉容器內均裝有相同種類及質量的理想氣體，右圖中 1、2、3 表示這三種氣體的壓力 P 與絕對溫度 T 之關係。若以 V_1 、 V_2 、 V_3 分別代表三種密閉容器的容器體積，有關容器體積大小關係，下列敘述何者正確？

(A) $V_1 > V_2 > V_3$

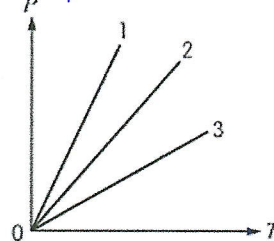
(B) $V_1 < V_2 < V_3$

(C) $V_2 < V_1 < V_3$

(D) $V_1 = V_2 = V_3$

(E) 無法從題目條件判斷體積大小關係

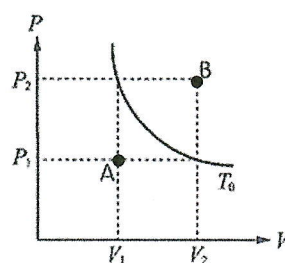
$P = \left(\frac{nR}{V} \right) \cdot T$
Slope



15. 如右圖為一定量的理想氣體之壓力 P 對體積 V 的關係圖，圖中的曲線為絕對溫度 T_0 之等溫過程。若此定量氣體在 A、B 兩狀態時的絕對溫度分別為 T_A 與 T_B ，則 T_0 、 T_A 、 T_B 的正確關係為下列何者？

(A) $T_0 = \frac{T_A + T_B}{2}$ (B) $T_0 = \frac{T_A T_B}{T_A + T_B}$ (C) $T_0 = \frac{T_A T_B}{T_A - T_B}$ (D) $T_0 = \sqrt{T_A^2 + T_B^2}$ (E) $T_0 = \sqrt{T_A T_B}$

$T_1 = \frac{nRT_0}{P_1} = \frac{nRT_A}{P_1} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_A}{T_0} = \frac{T_0}{T_B}, T_0 = \sqrt{T_A T_B}$
 $T_2 = \frac{nRT_0}{P_2} = \frac{nRT_B}{P_2}$



16. 利用氣體動力論估算一顆內部裝填氫氣，體積為 $3.0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ ，壓力為 1.2 atm ，溫度為 300 K 的氣球，已知 1 atm 約為 $1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ ，試求此氣球內氫氣分子的平均動能約為多少 J ？

(A) 1.6×10^{-21} (B) 3.5×10^{-21} (C) 6.2×10^{-21} (D) 9.3×10^{-21} (E) 1.4×10^{-20}

$\bar{K} = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 = 4.5 \times 1.38 \times 10^{-21} \approx 6.2 \times 10^{-21} \text{ J}$

17. 1997 年諾貝爾獎得獎者朱棣文等科學家的主要貢獻，是發展以雷射冷卻原子的方法。某實驗室以此方法將氖原子 (^{20}Ne) 冷卻後，測得這些氣態氖原子的方均根速率為 0.2 m/s 。若系統可視為理想氣體，則這些氖原子的絕對溫度約為多少 K？

(A) 3.2×10^{-5} (B) 5.6×10^{-5} (C) 7.2×10^{-5} (D) 9.8×10^{-5} (E) 1.2×10^{-4}

$$0.2 = \sqrt{\frac{3 \times 8.314 \times T}{20 \times 10^{-3}}} \Rightarrow 0.04 = \frac{5T}{4 \times 10^{-3}} \Rightarrow T = 3.2 \times 10^{-5} \text{ K}$$

18. 甲容器內裝有氦氣 (^4He)，其壓力為 2 atm ，體積為 1 L ，溫度為 27°C ；乙容器內裝有氖氣 (^{20}Ne)，其壓力為 1 atm ，體積為 4 L ，溫度 127°C 。設系統與外界絕熱，已知 1 atm 約為 $1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ ，今用細管連通此兩容器，在氣體達到平衡時，下列敘述何者錯誤？

(A) 氣體溫度為 87°C
 (B) 氣體壓力為 1.2 atm
 (C) 氦、氖兩氣體的方均根速率比為 $\sqrt{15} : 2$
 (D) 兩容器在平衡過程中，系統遵守能量守恆
 (E) 兩容器在平衡過程中，系統總分子數不變

$$\frac{P}{T} \times 1 + \frac{P}{T} \times 4 = \frac{P}{T} \times (1+4), P = 1.2 \text{ atm}$$

$$n_{\text{He}} + n_{\text{Ne}} = n_{\text{混}} \Rightarrow \frac{2 \times 1}{R \times 300} + \frac{1 \times 4}{R \times 400} = \frac{1.2 \times 5}{R \times T} \Rightarrow \frac{1}{150} + \frac{1}{100} = \frac{6}{T}$$

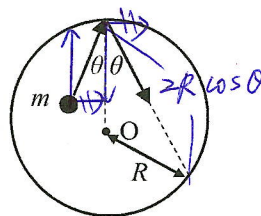
$$v_{\text{rms}} \propto \sqrt{\frac{T}{m}} \Rightarrow v_{\text{He}} = v_{\text{Ne}} = \sqrt{\frac{360}{4}} = \sqrt{\frac{360}{20}} = \sqrt{90} = \sqrt{18} = \sqrt{5} = 1 \quad T = 360 \text{ K}$$

下列二題為題組：恩珠在物理課上學到了氣體動力論的模型建立，她懷疑如果裝氣體的容器不是正立方體空腔，推導出來的結果可能與課本不一樣，於是她試著使用球形空腔容器，重新做氣體動力論的模型建立，試回答以下問題。

19. 恩珠所畫的模型如右圖所示，固定不動的球形空腔容器的半徑為 R ， O 點為球心，有一個被視為質點的單原子理想氣體質點為 m ，以 v 的速率與器壁進行彈性碰撞，其入射角與反射角均為 θ ，則該理想氣體作用於器壁的平均力量值為下列何者？（提示：需考慮質點撞壁的動量變化及相鄰兩壁碰撞的時間間隔）

(A) $\frac{mv^2}{R}$ (B) $\frac{2mv^2}{R}$ (C) $\frac{mv^2 \cos^2 \theta}{R}$ (D) $\frac{mv^2}{R \cos \theta}$ (E) $\frac{mv^2}{2R \cos \theta}$

$$\overline{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{2mv \cos \theta}{\frac{2R \cos \theta}{v}} = \frac{mv^2}{R}$$



20. 若固定不動的球形空腔容器裡有 N 個質量皆為 m 的單原子理想氣體質點，它們運動速率平方的平均為 $\overline{v^2}$ ，已知球形容器體積為 $\frac{4}{3}\pi R^3$ ，器壁表面積為 $4\pi R^2$ ，則器壁所受壓力為下列何者？

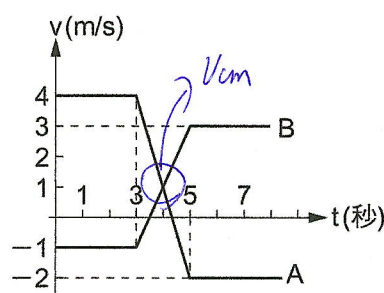
(A) $\frac{mN}{2\pi R^3} \overline{v^2}$ (B) $\frac{mN}{3\pi R^3} \overline{v^2}$ (C) $\frac{mN}{4\pi R^3} \overline{v^2}$ (D) $\frac{2mN}{3\pi R^3} \overline{v^2}$ (E) $\frac{3mN}{4\pi R^3} \overline{v^2}$

$$P = \frac{F_1 + F_2 + \dots + F_N}{4\pi R^2} = \frac{N \cdot m \overline{v^2}}{R \times 4\pi R^2}$$

二、多重選擇題(每題 10 分，共 40 分)

21. A 與 B 兩球於一直線上作正面一維彈性碰撞，若 A 與 B 的速度 (v) 和時間 (t) 的關係如右圖所示，其中 B 球的質量為 6 kg ，則下列敘述哪些正確？

(A) A 球的質量為 4 kg $m \times 4 + 6 \times (-1) = m(-2) + 6 \times 3, m = 4 \text{ kg}$
 (B) A、B 兩球的質心速度為 1 m/s
 (C) A、B 兩球最接近的時刻為 $t = 4 \text{ s}$
 (D) 碰撞前後，B 球動量變化量為 $12 \text{ N} \cdot \text{s}$ $\Delta \vec{p}_B = 6 \times (3 - (-1)) = 24 \text{ N} \cdot \text{s}$
 (E) A、B 兩球碰撞期間平均作用力的量值為 16 N $|\vec{F}| = \frac{24}{5-3} = 12 \text{ N}$



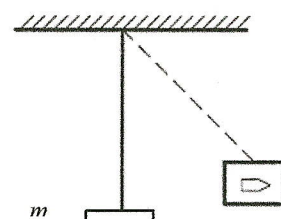
22. 在衝擊擺的實驗中，子彈質量 m ，木塊質量 M ，且木塊上升的高度為 H 。下列敘述那些正確？

(A) 子彈射入木塊總能量守恆
 (B) 若子彈射穿木塊仍然為完全非彈性碰撞

(C) 子彈射入木塊前之速度為 $(1 + \frac{M}{m})\sqrt{2gH}$

(D) 子彈與木塊互施作用力與反作用力，兩力所作的功絕對值相同

(E) 若木塊施於子彈的阻力為 f ，則子彈深入木塊之距離為 $\frac{(m+M)gH}{f}$



$$m \cdot v = (m+M) \cdot \sqrt{2gH} \Rightarrow v = (1 + \frac{M}{m}) \sqrt{2gH}$$

$$\text{for } m = f \times |\Delta \vec{t}| = \frac{1}{2} m (v_{cm}^2 - v^2) \quad \text{不同}$$

$$\text{for } M = f \times |\Delta \vec{t}| = \frac{1}{2} M (v_{cm}^2 - 0)$$

$$f \times |\Delta \vec{t}| = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} (m+M) v_{cm}^2 = K_i$$

$$|\Delta \vec{t}| = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{mM}{m+M} \times \left(\frac{(m+M)^2}{m^2} \times 2gH \right)}{f}$$

$$= \frac{M}{m} \times \frac{(m+M)gH}{f}$$

23. 有一絕熱容器的中間以一固定的絕熱隔板分成兩個等體積的氣室，兩氣室分別裝有甲與乙兩種不同的單原子理想氣體。若裝有甲氣體的氣室壓力為 $6P$ 、絕對溫度為 $2T$ ；裝有乙氣體的氣室壓力為 P 、絕對溫度為 T 。今將隔板抽走，讓兩氣室的氣體混合達平衡，則下列敘述哪些正確？

ACE

(A) 甲、乙氣體分子的莫耳數比為 $3:1$ $\frac{6P \times V}{R \times 2T} = \frac{P \times V}{R \times T} = 3:1$

(B) 隔板抽走後，兩氣體混合達平衡時絕對溫度為 $\frac{7T}{5}$ $\frac{3}{2} \times 3nR \times 2T + \frac{3}{2} \times nR \times T = \frac{3}{2} \times (3n+n)R \times T_{\text{混}}, T_{\text{混}} = \frac{7T}{5}$

(C) 隔板抽走前，兩氣室中甲、乙氣體分子的平均動能比為 $2:1$ $\bar{K} \propto T, \bar{K}_1 = \bar{K}_2 = 2:1$

(D) 隔板抽走後，最後平衡時，甲、乙氣體分子的總動能比為 $2:1$ $\frac{3}{2} \times 3n \times R \times T_{\text{混}} : \frac{3}{2} \times n \times R \times T_{\text{混}} = 3:1$

(E) 隔板抽走後，容器內混合氣體總壓力大於隔板抽走前乙氣體壓力 $\frac{3}{2} \times 6P \times V + \frac{3}{2} \times P \times V = \frac{3}{2} P_{\text{混}} (V+V), P_{\text{混}} = 3.5P$

24. 在密閉容器內裝有定量的單原子理想氣體，若氣體壓力固定，當氣體溫度增加為 2 倍，下列哪些選項也增加為 2 倍？

BD

(A) 氣體密度

(B) 氣體體積

(C) 氣體分子總動量 $= 0$

(D) 氣體分子總動能 $\frac{3}{2} nRT \propto T$

(E) 氣體分子方均根速率 $v_{\text{rms}} \propto \sqrt{T}$

試題結束