

班級_____ 座號_____ 姓名_____

一. 多選題: 20 分, 每題 10 分, 錯一個選項扣 2 分, 未作答者零分.

1	2
12345	5

二. 填充題: 56 分, 每格 7 分, 答案完全正確才能得分

1.(i)	1.(ii)	2	3
$[-26, 26]$	$(-24/13, -10/13)$	70	30
4.(i)	4.(ii)	5	6
$4/5$	$(14/5, 7/5)$	3	$(21/53, 16/53)$

三. 計算證明題: 24 分. 請標明題號, 並在作答區寫下詳細的計算或證明過程, 否則不予計分.

題號	作答區
1.	
(1)	因$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$不平行, 平面上的向量均可以唯一寫成$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$的線性組合.(1 分) 設$\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, 由$\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} = x\overrightarrow{AB} + 2y\overrightarrow{AS}$並且$B, P, S$共線, 故$x + 2y = 1$.(1 分) 由$\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} = \frac{5}{2}x\overrightarrow{AT} + y\overrightarrow{AC}$並且$C, P, T$共線, 故$\frac{5}{2}x + y = 1$.(1 分) 上二式解得$x = \frac{1}{4}, y = \frac{3}{8}$. (2 分, x, y 全對才給分). 因此$(x, y) = (\frac{1}{4}, \frac{3}{8})$. (1 分)
(2)	因$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \overrightarrow{AC} \cos A = \frac{5 \cdot 5 + 4 \cdot 4 - 6 \cdot 6}{2} = \frac{5}{2}$. (1 分)

	$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{8}(2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{8}(2 \overrightarrow{AB} ^2 + 3\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}) =$ $\frac{1}{8}\left(2 * 5 * 5 + 3 * \frac{5}{2}\right) = \frac{115}{16}. (1 \text{ 分})$ $\text{且 } \overrightarrow{AP} ^2 = \left \frac{1}{8}(2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC})\right ^2 = \frac{1}{64}\left(4 \overrightarrow{AB} ^2 + 12\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + 9 \overrightarrow{AC} ^2\right) =$ $\frac{1}{64}\left(4 * 5 * 5 + 12 * \frac{5}{2} + 9 * 4 * 4\right) = \frac{274}{64}, \text{ 故 } \overrightarrow{AP} = \frac{\sqrt{274}}{8}. (2 \text{ 分})$ $\text{所以 } \cos \theta = \frac{\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}}{ \overrightarrow{AP} \overrightarrow{AB} } = \frac{\frac{115}{16}}{\frac{\sqrt{274}}{8} * 5} = \frac{23}{2\sqrt{274}}. (2 \text{ 分})$
2.	
(1)	
(i)	否 (1 分)
(ii)	反例: $A = B, P \neq A$. (5 分)
(2)	
(i)	是 (1 分)
(ii)	若存在實數 x, y, 使 $x + y = 1$ 且 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$, 則 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + (1 - x)\overrightarrow{OB}$. (1 分) 因此 $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OB} = x(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) = x\overrightarrow{BA}$. (2 分) 若 $\overrightarrow{BA}$ 非零向量, 則 P 在直線 AB 上, 故 P, A, B 共線. (1 分) 否則 $\overrightarrow{BA}$ 為零向量, P, A, B 重合, 亦共線. (1 分)