

臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第一次代理教師甄選數學科筆試試題卷

准考證號碼：..... 姓名：.....

※ 注意：請務必於上欄填寫「准考證號碼」及「姓名」

一、填充題（每題 8 分，共 80 分）

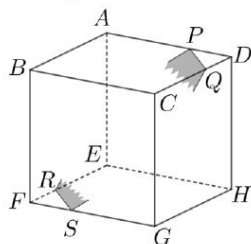
1. 小綠按計算機得到 $(2+\sqrt{3})^8$ 的近似值為 37633.99997，若 $(2+\sqrt{3})^8 = a+b\sqrt{3}$ ，其中 a 和 b 都是有理數，則數對 $(a,b) =$ _____。
 ($\sqrt{3} \approx 1.73205$)

2. 設 $A = \begin{bmatrix} \sin 24^\circ & -\cos 24^\circ \\ \cos 24^\circ & \sin 24^\circ \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} \sin 48^\circ & -\cos 48^\circ \\ \cos 48^\circ & \sin 48^\circ \end{bmatrix}$ ，且 $C = AB$ 。若 $C^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，其中 n 為自然數，則 n 的最小值為 _____。

3. 已知多項式函數 $y = f(x) = (x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 圖形的對稱中心為 $(1,7)$ ，且 $f(x)$ 為遞增函數，則 c 的最小值為 _____。

4. 某校辦理資優鑑定，所有報名的學生均需參加兩階段測驗，若將每位學生的第一階段成績與第二階段成績分別記為 x_i 和 y_i ，則 y 對 x 的最適直線方程式為 $24x - 18y = 150$ ；若將每位學生的第二階段成績與第一階段成績分別記為 x_i 和 y_i ，則 y 對 x 的最適直線方程式為 $x - 3y = k$ 。已知第一階段的測驗成績平均為 70 分，假設兩階段測驗成績的相關係數為 r ，則數對 $(k,r) =$ _____。

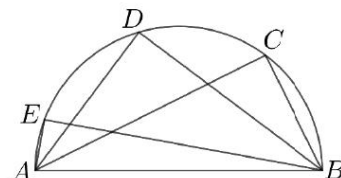
5. 有一個邊長為 3 的正立方體 $ABCD-EFGH$ ，若有一平面通過 \overline{AD} 、 \overline{CD} 、 \overline{EF} 、 \overline{FG} 上的點 P 、 Q 、 R 、 S ，若 $\overline{PD} = \overline{QD} = \overline{RF} = \overline{SF} = 1$ ，則此平面與此正立方體所截的多邊形，其最大的內角的餘弦值為 _____。



6. 已知 $[x]$ 代表不大於 x 的最大整數。設 $\Gamma: \{(x,y) \mid -2 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq [2^x]\}$ ，則區域 Γ 的面積為 _____。

7. 在 $\triangle ABC$ 中， D 點在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AB}=3\overline{AD}$ ， \overline{AC} 的中垂線與 \overline{CD} 交於 E 點，已知 $\angle A=60^\circ$ ， $\overline{AB}=6$ ， $\overline{AC}=8$ ，則 $\overline{AE}=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 如右圖，有一半圓的直徑為 \overline{AB} ，半圓上有三點 C 、 D 、 E ，且 C 、 D 三等分弧 \overline{BE} ，已知 $\triangle ABC$ 的面積為5， $\triangle ABD$ 的面積為6，則 $\triangle ABE$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



9. 小紅、小藍、小黃、小綠四個人猜拳一次，在四人不分勝負的情況下，小黃和小綠都出布的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 計算： $\sum_{n=1}^{99} \left[\frac{n^2}{6} \right] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、計算題（每題 10 分，共 30 分）

- 今有公正的 1 號球 2 顆、2 號球 3 顆、3 號球 4 顆、4 號球 5 顆，從中任取四顆並隨機排成四位數，則此四位數的期望值為何？
- 已知 P 點為拋物線 $\Gamma: x^2 = 4y$ 上的一動點，且 $A(20, 23)$ 為一定點，則當 \overline{PA} 的長度有最小值時， P 點的坐標為何？
- 空間中，有一以原點為球心，半徑為 5 的球 Ω ，若平面 $E: x + 2y + 2z = 9$ 將球 Ω 切割成兩部分，其中體積較小的部分俗稱球帽，則球帽的體積為何？

三、教學題（10 分）

- 學生在解下列問題時，常會以比例方法求解，卻不甚清楚為何成比例時，兩事件即為獨立事件，請試著以越簡單易懂的方式說明當 $\frac{3}{2} = \frac{x}{y}$ 時，事件 A, B 為獨立事件。
 「問題：某校桌球社團參加人員性別與年級的人數統計表如右；今隨機從社團中選取一人，設 A, B 分別表抽到男生與抽到二年級學生的事件，若事件 A, B 為獨立事件，則數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。」

性別 \ 年級	一年級	二年級
	男	30
女	20	y
合計	50	40

臺北市立第一女子高級中學 112 學年度第一次代理教師甄選數學科筆試答案卷

准考證號碼： 姓名：

..... 彌 封 處

一、填充題

1. $(18817, 10864)$	2. 10	3. 12	4. $(-125, \frac{2}{3})$	5. $-\frac{2\sqrt{2}}{5}$
6. $\log_2 \frac{32}{3} (= 5 - \log_2 3)$	7. $\frac{8\sqrt{13}}{7}$	8. $\frac{11}{5}$	9. $\frac{1}{13}$	10. 54689