

臺北市立第一女子高級中學 113 學年度第一次代理教師甄選

數學科測驗題試題暨答案

一、填充題：64%

1. 試求 $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 化簡 $\sqrt{1 - \cos^2 \pi^2} + \sqrt{1 + \cos \frac{152\pi}{7}} - \sqrt{1 - \sin 112} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 如下圖，將 n^2 個數排在 $n \times n$ 的方格內，其中 a_{ij} 表示位於第 i 列第 j 行的數。

a_{11}	a_{12}	a_{13}	$\dots$	a_{1n-1}	a_{1n}
a_{21}	a_{22}	a_{23}	$\dots$	a_{2n-1}	a_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
a_{n-11}	a_{n-12}	a_{n-13}	$\dots$	a_{n-1n-1}	a_{n-1n}
a_{n1}	a_{n2}	a_{n3}	$\dots$	a_{nn-1}	a_{nn}

已知每一列的數與每一行的數都各成等差數列，若

$a_{11} = 1, a_{22} = 3, a_{33} = 9, a_{31} = -1$ ，試求 $\sum_{k=1}^n a_{kk} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 小綠同時投擲兩個特製的公正骰子，其中一個是正六面體骰子 A ，上面的點數為 2,3,4,5,6,7，另外一個是正八面體骰子 B ，上面的點數為 2,3,4,5,6,7,8,9。

若記錄骰子 A 的點數為 a ，骰子 B 的點數為 b ，則直到她第一次擲出 $\log_a b$ 是有理數之次數的期望值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ ，求 $A^4 - 8A^3 + 11A^2 - 15A + 6I_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 坐標平面上，不等式 $(|x|+|y|-2)(|x|+|y|-k) \leq 0$ 的解 (x,y) 所形成的面積為 6，求實數 k 為_____。
7. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle C = 2\angle A$ ， $\cos A = \frac{3}{4}$ ， $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{27}{2}$ ，求 $\triangle ABC$ 的面積為_____。
8. 若 $x、y$ 皆為實數，則 $\sqrt{(x-5)^2 + (y+1)^2 + (x-y)^2} + \sqrt{(x-7)^2 + y^2 + (x-y-1)^2}$ 的最小值為_____。

參考答案：

1. $\frac{1}{e}$	2. $\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{7} + \sin 56 - \cos 56 - \sin \pi^2$	3. $\frac{1}{3}n(2n^2 - 3n + 4)$	4. $\frac{48}{11}$
5. $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$	6. $\sqrt{7}$ 或 1	7. $\frac{15\sqrt{7}}{4}$	8. $3\sqrt{6}$