

# 台北市立第一女子高級中學 110 學年度 第一學期

## 高二數 A 期末考 答案卷

班級：二年 班 座號： 姓名：

### 一、填充題 (共 76 分)

|      |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 答對格數 | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 填充得分 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 | 64 | 68 | 72 | 76 |

| (A)      | (B)  | (C)                 | (D)                                  | (E)        | (F)             | (G)                                   |
|----------|------|---------------------|--------------------------------------|------------|-----------------|---------------------------------------|
| (20, 22) | 427  | -9                  | 8                                    | (7, 4√2)   | (-4, 16, 24, 6) | 6√3                                   |
| (H)      | (I)  | (J)                 | (K)                                  | (L)        | (M)             | (N)                                   |
| 30°      | 18√3 | (1, -1) 或 (31, -16) | (5, $\frac{9}{5}$ , $-\frac{8}{5}$ ) | 0 ≤ s ≤ 12 | 14              | ( $\frac{13}{45}$ , $\frac{13}{36}$ ) |

### 二、混合題 (共 24 分)

1. (6 分 + 6 分 = 12 分)

(1)

答：45。

由柯西不等式可得

$$(x^2 + y^2)[2^2 + (-1)^2] \geq (2x - y)^2,$$

$$\text{所以 } (x^2 + y^2) \cdot 5 \geq 15^2 \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 45.$$

$$\text{且等號成立時, } \frac{x}{2} = \frac{y}{-1},$$

$$\text{又因為 } 2x - y = 15, \text{ 所以可解得 } (x, y) = (6, -3).$$

所以當  $(x, y) = (6, -3)$ ，滿足題目條件  $2x - y = 15$ ，且使得  $x^2 + y^2$  有最小值 45。

(2)

答：75。

$$\text{因為 } 2x - y = 15, \text{ 所以 } y = 2x - 15,$$

$$x^2 - y^2 = x^2 - (2x - 15)^2$$

$$= -3x^2 + 60x - 225 = -3(x - 10)^2 + 75,$$

$$\text{故當 } x = 10 \text{ 時, } y = 2x - 15 = 5,$$

此時  $x^2 - y^2$  有最大值 75。

2. (2 分 + 6 分 + 4 分 = 12 分)

$$(1) (x, y, z) = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right) \quad \cdot (2 \text{ 分})$$

(2)

因為  $O$  是  $\triangle ABC$  的外心，

$$\text{所以 } \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} \Rightarrow |\overrightarrow{a}| = |\overrightarrow{b}| = |\overrightarrow{c}|.$$

$$\text{因為 } \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{OH} - \overrightarrow{OA}) \cdot (\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB})$$

$$= [(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) - \overrightarrow{a}] \cdot (\overrightarrow{c} - \overrightarrow{b})$$

$$= (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) \cdot (\overrightarrow{c} - \overrightarrow{b})$$

$$= \left[ \overrightarrow{c} \right]^2 - \left[ \overrightarrow{b} \right]^2 = 0, \text{ 所以 } \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC}.$$

同理可證  $\overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{CA}$ 、 $\overrightarrow{CH} \perp \overrightarrow{AB}$ 。

(3)

答：(3, -3)。

$$\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = (3, -3),$$

故  $H$  的坐標為 (3, -3)。

二年 班 號 姓名：

一、填充題 90%

| (A)          | (B)             | (C)         | (D)            |
|--------------|-----------------|-------------|----------------|
| (20,22)      | 甲               | 3           | $6\sqrt{3}$    |
| (E)          | (F)             | (G)         | (H)            |
| $30^\circ$   | (1,-1),(31,-16) | -9          | 8              |
| (I)          | (J)             | (K)         | (L)            |
| (-4,16,24,6) | $x+4y=-2$       | 14          | $\frac{40}{3}$ |
| (M)          | (N)             | (O)         |                |
| $7^\circ$    | 39              | $161^\circ$ |                |

二、混合題 10%

已知平面上有三個向量  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  滿足  $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=4, |\vec{c}|=5$ 。若

$s = \left| \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \right|$ ，則：

(1)  $s$  的最大值為\_\_\_\_\_。

此時  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  有什麼條件？(以文字描述或畫圖表示皆可)

12；平行

(2)  $s$  的最小值為\_\_\_\_\_。

此時  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  有什麼條件？(以文字描述或畫圖表示皆可)

0；略